



Bioconvection gravitactique dans un milieu stratifié

Tri Nguyen-Quang, The Hung Nguyen, Georges Le Palec

► To cite this version:

Tri Nguyen-Quang, The Hung Nguyen, Georges Le Palec. Bioconvection gravitactique dans un milieu stratifié. JITH 2007, Aug 2007, Albi, France. 5p. hal-00160291

HAL Id: hal-00160291

<https://hal.science/hal-00160291>

Submitted on 29 Aug 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

BIOCONVECTION GRAVITACTIQUE DANS UN MILIEU STRATIFIÉ

Tri NGUYEN-QUANG ¹, The Hung NGUYEN ¹, Georges LEPALEC ²

¹ Département de Génie Mécanique

École Polytechnique, Montréal, Québec, H3C 3A7, Canada

² UNIMECA, Université de la Méditerranée, Marseille, France

email: the-hung.nguyen @polymtl.ca

Résumé : Nous considérons le phénomène de bioconvection gravitactique dans une cavité rectangulaire poreuse saturée d'un fluide stratifié. La bioconvection est due aux mouvements ascendants des micro-organismes qui sont légèrement plus denses que l'eau, tandis que la stratification du fluide est d'origine solutal et joue un rôle stabilisant. Il sera montré que la bioconvection stationnaire dans un milieu stratifié est un phénomène d'instabilité *sous-critique* qui est due d'une part au mouvement gravitactique des micro-organismes, et d'autre part à la faible diffusivité des solutés par rapport à celle des micro-organismes. Il sera aussi montré qu'il existe un régime de bioconvection oscillante qui peut s'établir en-dessous du seuil critique du régime de bioconvection stationnaire.

Mots clés : Bioconvection gravitactique, double-diffusion, milieu poreux.

1. INTRODUCTION

Contrairement à la convection de Bénard qui a été largement étudié depuis une centaine d'année, la bioconvection [1] est un phénomène qui a suscité un intérêt croissant depuis seulement quelques dizaines d'années. En fait, la bioconvection gravitactique est fondamentalement semblable à la convection de Bénard lorsque la vitesse de natation des micro-organismes est très faible [2], [3]. Dans cet article, nous étudions le cas de la bioconvection dans un autre milieu stratifié. La bioconvection est générée par le mouvement ascendant des micro-organismes qui sont légèrement plus denses que l'eau, tandis que la stratification solutale joue un rôle stabilisant. La compétition entre ces deux mécanismes opposants est régie par le phénomène de *double diffusion* [3-6]. Le problème est décrit par l'équation de Darcy et les équations de conservation de la concentration des micro-organismes et des solutés. Ces équations sont résolues par la méthode des volumes de contrôle, en fonction des paramètres gouvernants du problème, soit le rapport de forme de la cavité, les nombres de Rayleigh, de Péclet et de Lewis. Il sera montré que la bioconvection stationnaire dans un milieu stratifié est un phénomène d'instabilité *sous-critique*, indépendamment du nombre de Lewis. Il sera montré qu'il existe aussi un régime de bioconvection oscillante qui peut s'établir en-dessous du seuil critique du régime de bioconvection stationnaire, si le nombre de Lewis est inférieure à 1, c'est-à-dire quand les solutés diffusent moins vite que les micro-organismes.

2. FORMULATION MATHÉMATIQUE

2.1. Description physique et équations gouvernantes

Les équations gouvernantes dimensionnelles de la bioconvection gravitactique sous l'effet solutal dans le milieu poreux 2D sont :

$$\nabla \cdot \vec{V}^* = 0 \quad (1)$$

$$-\nabla P^* - \frac{\mu}{K} \vec{V}^* + \vec{g} \rho = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n \vec{V}^*) + \nabla \cdot (n \vec{V}_c^*) = D_c \nabla^2 n \quad (3)$$

$$\frac{\partial S^*}{\partial t} + \nabla \cdot (S^* \vec{V}^*) = \alpha \nabla^2 S^* \quad (4)$$

$$\rho = \rho_0 (1 + \beta_B (n - n_0) + \beta_S (S^* - S_0^*)) \quad (5)$$

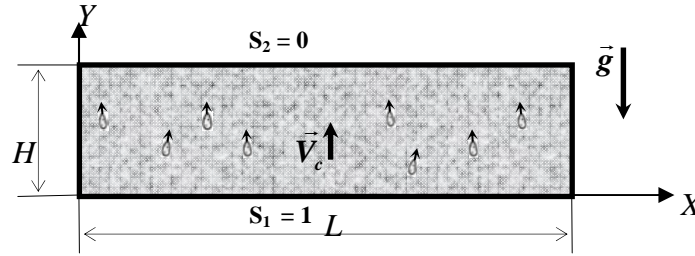


Figure 1 : La description physique du problème.

Sous la *forme normalisée* en termes de fonction de courant, à une échelle de longueur H et échelle de temps H^2/D_c , ces équations deviennent :

$$\begin{cases} \nabla^2 \psi = Ra_b \frac{\partial N}{\partial x} + Ra_s Le \frac{\partial S}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial t} + \nabla \cdot (N \vec{V}) + \nabla \cdot (N \vec{V}_c) = \nabla^2 N \\ \frac{\partial S}{\partial t} + \nabla \cdot (S \vec{V}) = Le \nabla^2 S \end{cases} \quad (6)$$

2.2. Conditions initiales (CI) et conditions aux limites (CL)

- CI de la concentration cellulaire $\bar{N} = \frac{\bar{n} - n_0}{\Delta n} = \frac{e^{V_c} - V_c - 1}{(e^{V_c} - 1)V_c} \quad (7)$

- CI du soluté $S_{t=0} = 0 \quad (8)$

- CL aux parois

$$\begin{cases} x = 0, F & \psi = 0 & \partial N / \partial x = \partial S / \partial x = 0 \\ y = 0 & \psi = 0, S = 1 & \partial N / \partial y = V_c N + V_c / (e^{V_c} - 1) \\ y = 1 & \psi = 0, S = 0 & \partial N / \partial y = V_c N + V_c / (e^{V_c} - 1) \end{cases} \quad (9)$$

3. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Les résultats par la théorie de stabilité linéaire sont présentés sous forme de diagrammes de stabilité pour les nombres de Rayleigh critiques (fig. 2 et 3) tandis que la simulation numérique est rapportée sous forme de diagrammes de bifurcation pour différents nombres de *Lewis* et de

Péclet (fig. 4 et 5). Le régime oscillant est montré dans la figure 6. Ce régime oscillant, caractérisé par l'intensité du mouvement et la période d'oscillation, s'affaiblit quand le nombre *Péclet* (vitesse V_c) augmente (fig. 6) et disparaît quand le nombre de Lewis est supérieur à 1 (fig.8). La figure 7 présente l'évolution temporelle de lignes de courant et d'isoconcentration dans un cycle d'oscillation allant de $t = 0,1$ à $t = 1,4$ pour $V_c = 2$.

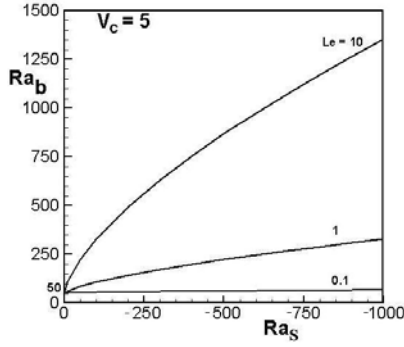


Figure 2 : Ra_b vs Ra_s pour différents nombres de Lewis Le

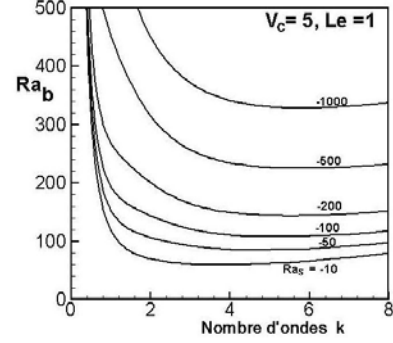


Figure 3 : Ra_b vs k pour différents Ra_s

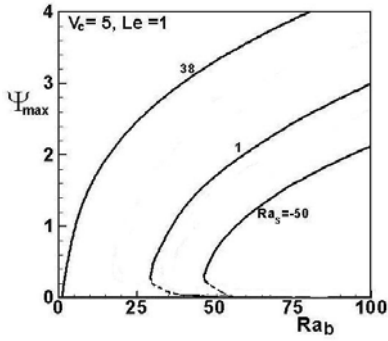


Figure 4 : Courbes de bifurcation $F = L_{cr}$

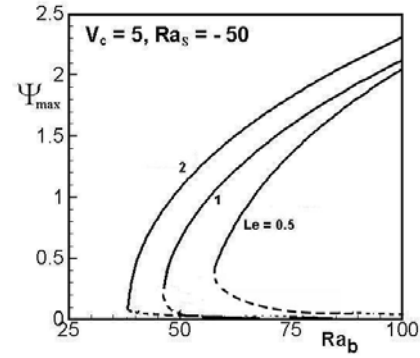


Figure 5 : Courbes de bifurcation à différents Lewis $Le=0,5 ; 1 ; 2$, $F = L_{cr}$

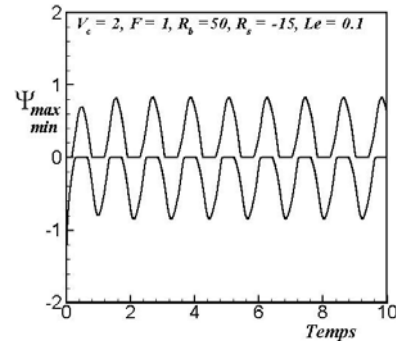
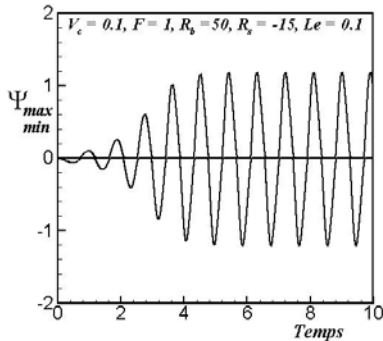


Figure 6a, b : Régime oscillant dans le cas de cavité $F = 1$, $V_c = 0,1$ et $V_c = 2$.

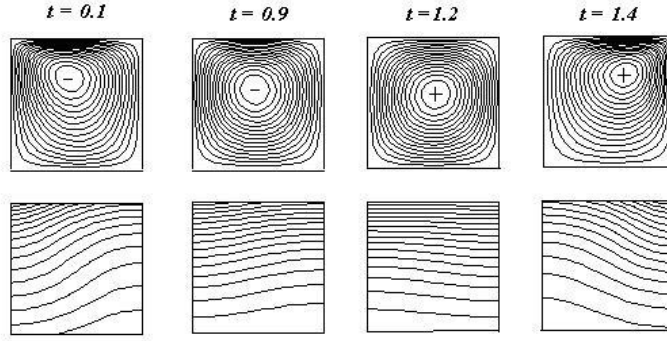


Figure 7 : Lignes de courant (dessus) et d'isoconcentration (dessous) dans une période d'oscillation $V_c = 2$, $F = 1$.

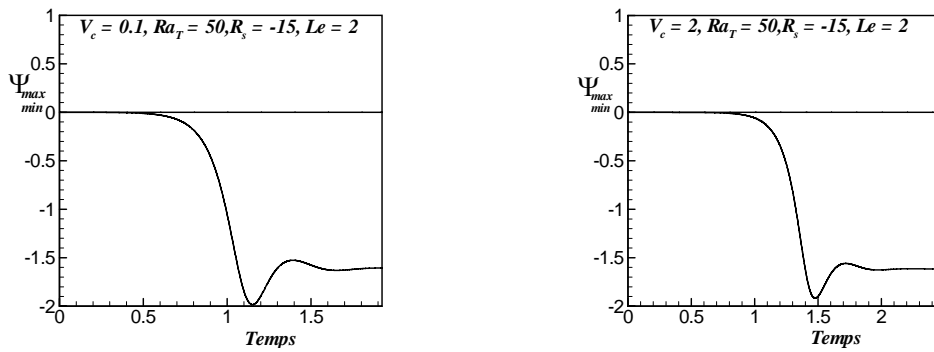


Figure 8 : Le régime oscillant disparaît dans le cas $Le > 1$

4. CONCLUSION

La bioconvection stationnaire dans un milieu stratifié est un phénomène d'instabilité *sous-critique*. Il existe aussi un régime de bioconvection oscillante pouvant s'établir au-dessous du seuil critique du régime de bioconvection stationnaire.

Ce régime oscillant est essentiellement dû au mécanisme de double diffusion dont la composante stabilisante diffuse moins vite que la composante déstabilisante. Dans de mêmes conditions de Ra_T et Ra_S , lorsque le nombre de Péclet Pe augmente, le régime oscillant s'affaiblit (période d'oscillation $T \cong 0,8$, et amplitude $A \cong 1,2$ pour le cas $V_c = 0,1$, versus $T \cong 1,3$, $A \cong 0,8$ pour le cas $V_c = 2$, figure 6). D'un autre côté, quand la composante stabilisante diffuse plus vite ($Le > 1$), l'oscillation n'existe plus (figure 8).

Nomenclature

D	diffusivité massique (m^2/s)	n	concentration cellulaire ($cell/m^3$)
D_c	diffusivité (m^2/s)	\bar{n}	concentration moyenne des cellules ($cell/m^3$)
$F = L/H$	rapport de forme	n_0	concentration des cellules à la surface inférieure ($cell/m^3$)
k	nombre d'ondes		
K	perméabilité (m^2)		
L	longueur de la cavité (m)		
Le	nombre de Lewis, α/D_c		

n_1	concentration à la surface supérieure ($cell/m^3$)	Symboles grecs	
N	concentration adimensionnelle de cellules ($cell/m^3$)	β_b	coefficient de variation de densité de la suspension $\beta_b = \vartheta \Delta \rho / \rho_0$
\bar{N}	concentration adimensionnelle moyenne ($cell/m^3$)	β_s	coefficient d'expansion massique
H	profondeur de la cavité (m)	Δn	$\Delta n = n_1 - n_0$ ($cell/m^3$)
P^*	pression dynamique (Pa)	μ	viscosité dynamique du fluide ($IN.s/m^2$)
P	pression adimensionnelle	$\Delta \rho$	$\Delta \rho = \rho_c - \rho_w$
Ra_b	n. de Rayleigh bioconvectif $Ra_b = gKH \beta_b \Delta n / \nu D_c$	ψ^*	fonction de courant (m^2/s)
Ra_s	n. de Rayleigh solutal $Ra_s = gKH \beta_s \Delta S / \nu D$	ψ	$\psi = \psi^* / D_c$ fonction de courant adimensionnelle
\vec{V}^*	vitesse de Darcy (m/s)	ν	viscosité cinématique de la suspension (m^2/s)
\vec{V}_c^*	vitesse gravitactique de la cellule (m/s)	ρ_w	densité de l'eau (kg/m^3)
\vec{V}	vitesse adimensionnelle de Darcy $\vec{V} = H\vec{V}^* / D_c$	ρ_c	masse volumique de la cellule (kg/m^3)
\vec{V}_c	vitesse adimensionnelle de la cellule $\vec{V}_c = H\vec{V}_c^* / D_c$	ρ	masse volumique de la suspension "fluide-cellule" (kg/m^3)
		ρ_0	densité de la suspension au fond de la cavité (kg/m^3)

Références

- [1] J.R. Platt, Bioconvection patterns in cultures of free-swimming organisms. *Science*, **133**, p. 1766, 1961.
- [2] T. Nguyen-Quang, A. Bahloul and T.H. Nguyen, Stability of gravitactic micro-organisms in a fluid-saturated porous medium. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, **32**(1-2), p. 54-63, 2005.
- [3] T. Nguyen-Quang, Etude de la bioconvection gravitactique en milieux poreux - *Ph.D. dissertation*, in *Mechanical Engineering Department.*, Ecole Polytechnique de Montréal - University of Montreal, Canada, 181 pages, 2006.
- [4] B.T. Murray and C.F. Chen, Double-diffusion convection in a porous medium. *Journal of Fluid Mechanics*, **201**, p. 147-166, 1989.
- [5] T. Nguyen-Quang, T.H. Nguyen, G. LePelec and Z. Alloui, Thermo-effects on the gravitactic bioconvection in a fluid saturated porous cavity. in *Third International Conference on Applications of Porous Media- 3ICAPM*, Marrakech, Morocco, 2006.
- [6] Z. Alloui, Analyse et simulation de la bioconvection en milieu fluide - *Ph.D. thesis* in *Department of Mechanical Engineering*. University of Montreal, Canada, 2006.